Il Rapporto

Definizione: *Il rapporto tra due valori numerici è costituito dal loro quoziente; se a e b sono i **termini** del rapporto, il primo termine si chiama **antecedente**, il secondo si chiama **conseguente**.*

Il rapporto si indica con:

$$a : b \quad b \neq 0$$

oppure

$$\frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

a è l'**antecedente** e b il **conseguente**.

A cosa servono i rapporto, esempio 1.
I rapporti possono essere utili per comprendere meglio la realtà. Per esempio: *è più bravo un giocatore che in 2 partite segna 4 goal o un giocatore che in 6 partite ne segna 10?* Per rispondere a questa domanda si può **calcolare il rapporto** tra i gol segnati e le partite giocate (quindi il rapporto $\frac{goal}{partite}$ o $goal : partite$):

giocatore 1: $\frac{4goal}{2partite} = 2\frac{goal}{partita}$

giocatore 2: $\frac{10goal}{6partite} = 1,7\frac{goal}{partita}$

Nonostante il giocatore 2 abbia fatto più goal (in valore assoluto) del giocatore 1, però **in rapporto** alle partite giocate ha fatto peggio del giocatore 2.

Domanda: perché per valutare la bravura del giocatore è stato scelto il rapporto $goal : partite$ e non $partite : goal$? Se il rapporto scelto si può interpretare come *"numero di goal fatti a partita"*, cosa significa il rapporto inverso?

Il **rapporto inverso** di due numeri si ottiene invertendo l'antecedente con il conseguente. Quindi se il nostro rapporto è:

$$\frac{a}{b}$$

il suo **inverso** è

$$\frac{b}{a}$$

In numeri se ho il rapporto $\frac{3}{4}$ il suo **inverso** è $\frac{4}{3}$.
Se moltiplico un rapporto per il suo inverso, il risultato è 1:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} = 1$$

Proprietà fondamentale del rapporto: *moltiplicando o dividendo l'antecedente ed il conseguente per uno stesso numero, diverso da 0, si ottiene un* ***rapporto equivalente*** *a quello dato.*
Per esempio consideriamo il rapporto tra i numeri 20 e 4

$$20 : 4 = 5$$

Se moltiplichiamo l'antecedente e il conseguente per lo stesso numero, diverso da 0, per esempio 3, otteniamo:

$$(20 \cdot 3) : (4 \cdot 3) = 60 : 12 = 5$$

Il valore del rapporto non cambia, 5 era prima e 5 è adesso.
Se invece dividiamo antecedente e conseguente per lo stesso numero, sempre diverso da 0, per esempio 2, otteniamo:Esercitazione geometria Teorema

$$(20 : 2) : (4 : 2) = 10 : 2 = 5$$

Anche in questo caso il valore del rapporto è identico ai rapporti precedenti.

Il Rapporto tra grandezze

Quando si fa il rapporto tra due numeri che hanno ognuno una unità di misura si sta facendo un **rapporto tra grandezze**. Per esempio sono rapporti tra grandezze:

- l'età tra due persone: Marco ha il triplo degli anni di Luca
- il rapporto tra lo spazio percorso e il tempo impiegato: il ciclista ha percorso 40km in 2 ore

Si dice che due grandezze sono **omogenee** se hanno la stessa unità di misura (rapporto tra le età di due persone espresse in anni), mentre sono **non omogenee** se non hanno la stessa unità di misura (spazio percorso e tempo impiegato $[km/h]$).
Il rapporto tra due grandezze omogenee è un **numero puro**, ovvero non ha unità

di misura.
Per esempio se si vuole calcolare il rapporto tra un'area di $15cm^2$ e un'area di $3cm^2$ si ottiene:

$$\frac{15cm^2}{3cm^2} = \frac{15\cancel{cm^2}}{3\cancel{cm^2}} = \frac{15}{3} = \frac{5}{1} = 5$$

Se il rapporto ottenuto è un **numero naturale** o **razionale** si dice che le due grandezze sono **commensurabili**, ovvero hanno un **sottomultiplo comune** (come nel caso precedente in cui il sottomultiplo (o divisore) in comune a 15 e 3 è 3 stesso [$15 : 3 = 5$ e $3 : 3 = 1$]).
Se invece vado a calcolare il rapporto tra la lunghezza della diagonale di un quadrato, con lato $2cm$ e il lato stesso del quadrato ottengo (ricordo che la diagonale di un quadrato di lato l è $l\sqrt{2}$):

$$\frac{diagonale}{lato} = \frac{2\sqrt{2}cm}{2cm} = \frac{2\sqrt{2}\cancel{cm}}{2\cancel{cm}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

Il numero ottenuto **non è** ne un numero naturale (in quanto $\sqrt{2}$ ha una parte decimale [per altro illimitata e non periodica]) ne un numero **razionale** (poiché per la definizione di numero razionale il numeratore e il denominatore devono essere numeri naturali e $\sqrt{2}$ non lo è).
In questo caso si dice che le **due grandezze** sono **incommensurabili**, ovvero non hanno un sottomultiplo in comune.
Il rapporto tra due grandezze **non omogenee** da origine ad una **grandezza derivata**. Se riprendiamo l'esempio di poco fa, dove si rapportavano tra di loro lo spazio percorso da un ciclista ($40km$) e il tempo impiegato (2 ore, ovvero $2h$) si ottiene una grandezza derivata, cioè la **velocità**:

$$\frac{40km}{2h} = \frac{20km}{1h} = 20km/h$$

Esercizi

1)Per ogni rapporto scrivi almeno due rapporti equivalenti:

4 : 6

10 : 8

90 : 20

$$\frac{8}{6}$$

$$\frac{15}{3}$$

$$\frac{4}{9}$$

2)Dei seguenti rapporti indica il rapporto inverso:

6 : 4

12 : 7

23 : 45

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{4}$$

$$\frac{42}{17}$$

3)Fai 3 esempi della vita quotidiana di rapporti tra misure non omogenee.

4)Prendi un foglio A4 (un foglio di stampante o una pagina del tuo quaderno), misura il lato lungo, il lato corto e fai il rapporto. Dividi il foglio in due partendo dal lato lungo (taglialo o traccia la linea di mezzo con un lapis o penna), misura il lato lungo e il lato corto di uno dei due rettangoli ottenuti dividendo il foglio a metà e fai il rapporto. Cosa puoi notare? Ottieni lo stesso risultato sei utilizzi i rapporti inversi?

5)Il rombo in figura è stato ottenuto accostando due **triangoli equilateri**, calcola il rapporto tra le lunghezze delle diagonali e il rapporto inverso.
[Si, non hai le misure dei lati, non è un errore. Scegli tu una misura per il lato. Se usi misuri differenti il risultato cambia? Prova!]